**Практическое занятие 5**

**ОПРЕДИЛЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ ЧАСТОТНЫХ КРИТЕРИЕВ УСТОЙЧИВОСТИ**

**1. Основные теоретические сведения.**

**Критерий Михайлова.**

**Частотные критерии устойчивости.**

Частотные критерия устойчивости позволяют судить об устойчивости системы по ее частотным характеристикам. Из частотных критериев устойчивости наиболее удобны для практического использования критерии устойчивости Михайлова и Найквиста (данные критерии являются графоаналитическими).

**Критерий устойчивости Михайлова.**

Более общим критерием исследования устойчивости как разомкнутых, так и замкнутых АС, является критерий Михайлова, предполагающий построение годографа вектора *A(jω)* характеристического полинома *A(р)* и определение полного угла поворота вектора ψА при изменении частоты *ω* от 0 до ∞.

Подстановкой *p=jω* в характеристический полином

, имеем , или

****** , (1)

где *AI(ω)*  - вещественная часть (содержит четные степени *ω*);

*AII(ω)* - мнимая часть (содержит нечетные степени *ω*);

*А(ω) -* модуль вектора *A(jω);*

*ψA(ω)* - аргумент вектора *A(jω).*

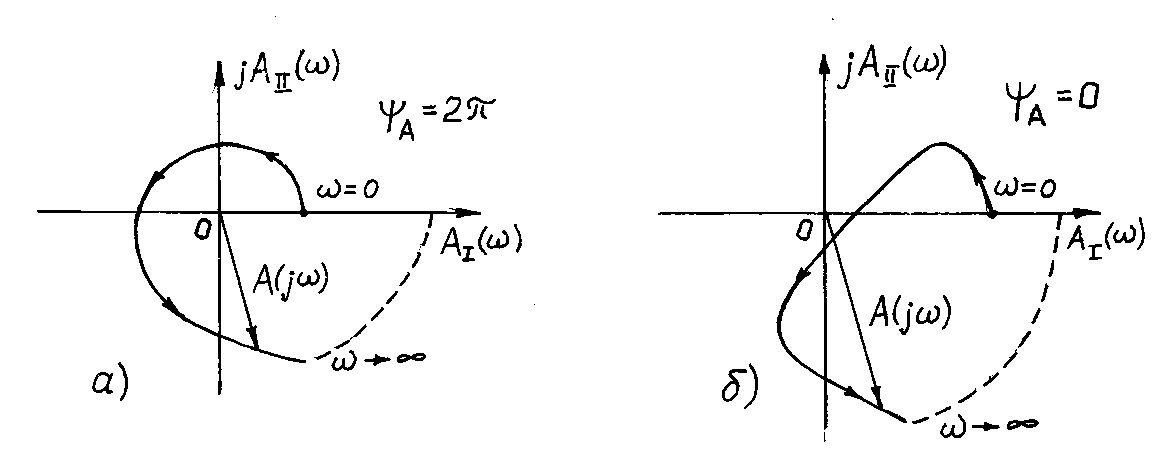
При заданных коэффициентах *а1, а2 ..., аn* и определенной частоте *ω* величина *A(jω)* на комплексной плоскости изобразится в виде точки с координатами *AI(ω)* и *AII(ω)* или в виде вектора, соединяющего начало координат с этой точкой.

При непрерывном изменении *ω* от 0 до ∞ вектор будет изменяться по величине и направлению, описывая своим концом некоторую кривую (годограф), которая называется кривой Михайлова. При этом величина *ψA* есть приращение аргумента комплексной функции *A(jω)* при изменении частоты 0≤*ω*≤∞  - полный угол поворота радиус-вектора годографа.

Рассмотрим следующие случаи:

(для характеристического полинома 4-го порядка)

1) Годограф *A(jω)* не проходит через начало координат (мнимые корни отсутствуют)



АС устойчива АС неустойчива

Рис. 1

2) Годограф *A(jω)* проходит через начало координат

|  |  |
| --- | --- |
| Ris-5_5 есть два чисто мнимых  корня (АС на границе  колебательной устойчивости) | есть нулевой корень  (т. к. *а = 0* АС на границе  апериодической устойчивости) |

Рис. 2

При прохождении годографа *A(jω)* через начало координат при *ω = 0, ω1, ω2, ..., ωk* принимается

 (2)

В общем случае (без доказательства) угол поворота вектора *A(jω)*при изменении частоты *ω* от 0 до ∞ определяется выражением

 (3)

где n - общее число корней характеристического уравнения (равно порядку АС);

μ - число корней в правой полуплоскости (с положительной вещественной частью);

ν - число нейтральных корней (чисто мнимых или нулевых).

Соотношение (3) позволяет определять число корней в правой полуплоскости по виду кривой Михайлова.

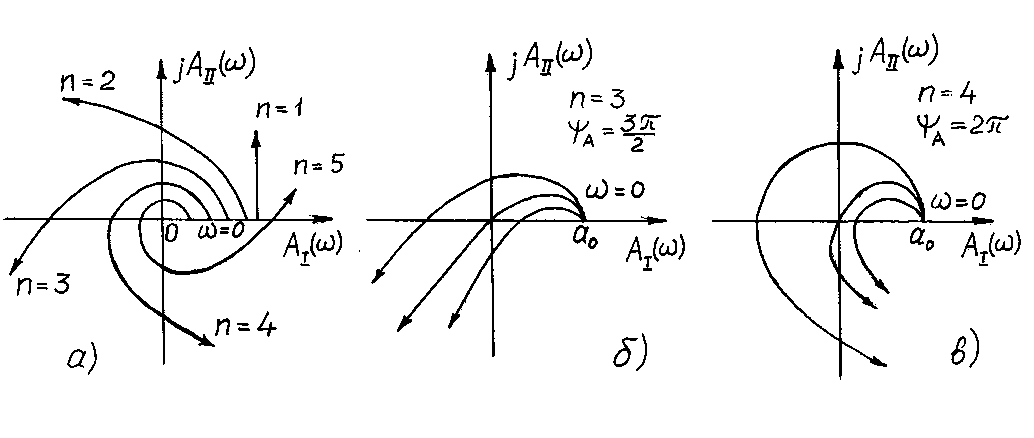
Так как для устойчивой АС справедливо утверждение о том, что все корни должны иметь отрицательную вещественную часть, т. е. μ=0, ν=0, то математическая формулировка критерия Михайлова примет вид

 (4)

**Формулировка критерия Михайлова:**

АС устойчива тогда и только тогда, когда полный угол поворота радиус-вектора характеристического полинома *A(jω)* *n*-ой степени равен  при изменении частоты от 0 до ∞.

Для устойчивых систем кривая Михайлова всегда имеет спиралевидную форму, причем конец её уходит в бесконечность в том квадранте комплексной плоскости, номер которого равен степени *A(p)*.



В связи с этим возможна **другая формулировка критерия Михайлова**: АС устойчива тогда и только тогда, когда при изменении частоты от 0 до ∞ кривая Михайлова, начинаясь с вещественной положительной полуоси, последовательно проходит в положительном направлении *n* квадрантов.

Прохождение кривой Михайлова через начало координат означает, что АС находится на границе устойчивости и в точке О на частоте *ω0* *A(jω) = 0,* т. е.

*А*Ι(*ω0*) *= 0; АΙΙ(ω0) = 0* (5)

Данные равенства позволяют определить критическое значение параметра АС.

Если *А(р)* зависит от параметра *λ*, т. е. *А(р,λ),* то значение параметра *λкр* , при котором вектор *A(jω) = 0* называется критическим.

**2. Решение задач по определению устойчивости автоматических систем с помощью критерия Михайлова.**

**Пример решения задачи:**

Определить является ли, замкнутая АС устойчивой по критерию Михайлова, если полином характеристического уравнения имеет вид:



При решении задачи определить необходимые и достаточные условия устойчивости АС и сделать вывод.

Распишем коэффициенты характеристического полинома и определим необходимые условия устойчивости системы



Учитывая, что все коэффициенты больше нуля необходимые условия устойчивости выполняются, однако так как полином третьей степени необходимые условия не являются достаточными.

**Определим достаточные условия** устойчивости с помощью критерия Михайлова.

Заменим (р) на *jw,* и получим

A(*jw*) = 3(*jw)3 + 4*(*jw)2 + 5*(*jw) + 2*

Раскрываем A(*jw*) = - *j*3*w3 - 4w2 + j5w + 2*

Выделяем действительную и мнимую части

A(*jw*) = *2 - 4w2 + j(5w* **-** 3*w3)*

Re = *2 - 4w2*

Im = *j(5w* **-** 3*w3)*

Строим таблицу

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *w* | 0 | 1 | 2 | 3 |
| Re | 2 | -2 | -14 | -25 |
| Im | 0 | 2 | -14 | -66 |

Далее строим координатные оси и откладываем на них полученные точки. Из полученного видно, что кривая описываемая характеристическим вектором начинается на положительной части действительной оси и проходит последовательно три квадранта. Следовательно данная система устойчива.

Ответ: Система устойчива.

**3. Задачи для решения.**

Определить устойчивость автоматических систем используя критерий Михайлова, а также необходимые условия устойчивости:

1. A(p) = 3p3 + 2p2 + p + 2
2. A(p) = p3 + p2 + p + 1
3. A(p) = p3 +2p2 + p + 1
4. A(p) = p3 + 2p2 - p + 1
5. A(p) = 2p2 +7p + 1
6. A(p) = -5p2 +7p - 1
7. A(p) = 4p3 + p2 + 4p + 1
8. A(p) = p3 + p2 + p + 1
9. A(p) = 2p4 + p3 + 2p2 + 1
10. A(p) = p4 + 3p3 + 5p2 + 7p + 1
11. A(p) = 3p4 + 2p3 + p2 + p

Autogenerated

|  |  |
| --- | --- |
| МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ | |
|  |
| **ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ**  **УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  **«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  **(ДГТУ)** | |

Кафедра: **Техническая эксплуатация летательных аппаратов и наземного оборудования**

Практические занятия

(зачтено / не зачтено)

(руководитель: уч. степень, звание, Ф.И.О)

«\_\_\_\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_20\_\_\_г.

(подпись) (дата)

**ОТЧЕТ**

по практическим занятиям

Тема ПЗ - **Переносы точек разветвленияи сумматоров многоконтурных системах САУ и САР**

Отчет подготовил студент группы

(номер группы)

(Ф.И.О.)

Вариант № \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

«\_\_\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_20\_\_\_г.

Ростов-на-Дону

20\_\_\_\_г